レッスン 1017 数の性質の証明

ポイント

- n を整数とすると
  - ・連続する整数 ： $\ldots,\ n-1,\ n,\ n+1,\ n+2,\ \ldots$
  - ・連続する偶数（ぐうすう） ： $\ldots,\ 2n-2,\ 2n,\ 2n+2,\ 2n+4,\ \ldots$
  - ・連続する奇数（きすう） ： $\ldots,\ 2n-1,\ 2n+1,\ 2n+3,\ 2n+5,\ \ldots$

問題

連続する3つの整数がある。中央の数の2乗から1をひいた数は，残りの2数の積に等しいことを証明しなさい。

解答

3つの連続する整数は，整数 n を使って

$$n,\ n+1,\ n+2$$

と表せる。このとき，中央の数の2乗から1をひいた数は

$$\begin{aligned}&(n+1)^2-1\\=\ &n^2+2n+1-1\\=\ &n^2+2n\\=\ &n(n+2)\end{aligned}$$

これは中央の数以外の2数の積に等しい。したがって，中央の数の2乗から1をひいた数は，残りの2数の積に等しい。**（証明終）**

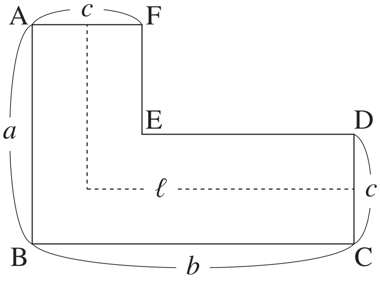
連続する 3 つの奇数がある。いちばん大きな奇数といちばん小さな奇数の積に 4 を加えると，中央の奇数の 2 乗になることを次のように証明したい。このとき，空欄の [(1)] ～ [(3)] を埋めなさい。

【証明】
連続する 3 つの奇数は，整数 n を使って
[(1)]
と表せる。このとき，いちばん大きな奇数といちばん小さな奇数の積に 4 を加えた数は
[(2)] $+4$
これを計算すると [(3)] となり，中央の奇数の 2 乗になる。したがって，連続する 3 つの奇数において，いちばん大きな奇数といちばん小さな奇数の積に 4 を加えると，中央の奇数の 2 乗になる。
(証明終)

レッスン 1018 図形の性質の証明

問題

次の図のような角がすべて直角の L 字形の土地がある。この土地は $\mathrm{AB}=a\,\mathrm{m}$，$\mathrm{BC}=b\,\mathrm{m}$，$\mathrm{AF}=\mathrm{CD}=c\,\mathrm{m}$ で，図のように，この土地の真ん中を通る線の長さを $\ell\,\mathrm{m}$ とする。この土地の面積が $(c\ell)\,\mathrm{m}^2$ で表されることを証明しなさい。



解答

【証明】

L 字形の土地を，下の図のように 2 つに分けて考えると，その面積 S は

$$a \times c + c \times (b - c)$$
$$= ac + bc - c^2\ (\mathrm{m}^2) \quad \cdots ①$$

と表せる。

一方，土地の真ん中を通る線の長さ ℓ は，縦の長さが $\left(a - \frac{1}{2}c\right)$ m，横の長さが $\left(b - \frac{1}{2}c\right)$ m だから

$$\ell = \left(a - \frac{1}{2}c\right) + \left(b - \frac{1}{2}c\right)$$
$$= a + b - c\ (\mathrm{m})$$

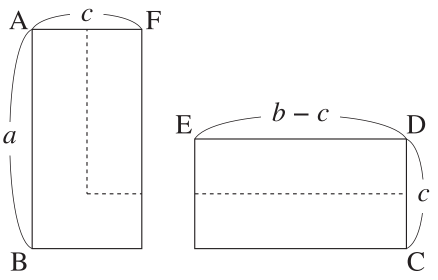
よって，$\ell = a + b - c$ の両辺に c をかけて

$$c\ell = ac + bc - c^2 \quad \cdots ②$$

①，②より，土地の面積は

$$(c\ell)\ \mathrm{m}^2$$

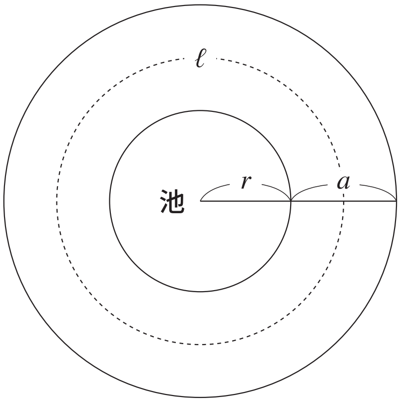
と表される。（**証明終**）



次の図のような半径 r m の円形の池の周りに，幅 a m の道がある。この道の真ん中を通る線の長さを ℓ m，この道の面積を S m^2 とするとき

$$S=a\ell$$

となることを証明したい。このとき，空欄 [(1)] ～ [(3)] を埋めなさい。



【証明】
道の面積は，

$S=$ [(1)] …①

一方，道の真ん中を通る線の長さは

$\ell=$ [(2)]

となる。この式の両辺に a をかけて

$a\ell=$ [(3)] …②

①，②より

$S=a\ell$ （証明終）